

Matemática 10º ano

Fatorização, Equações e Inequações -----Prof. Mónica Pinto

1. Decompõem em fatores do 1º grau, se possível, os seguintes polinómios:

a. $3x^2 + 2x$

b. $2x^2 + x - 1$

c. $x^3 - x$

d. $x^3 + 2x^2 - 3x$

e. $-2x^3 - 3x^2 - x$

f. $x^4 - x^2 - 2$

g. $x^3 - 12x^2 + 41x - 30$, sabendo que 1 é raiz.

h. $x^3 - 7x + 6$, sabendo que é divisível por $x - 1$

i. $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 4x - 4$, sabendo que 2 é raiz dupla (ou tem multiplicidade 2)

j. $x^4 - 10x^2 + 9$

k. $x^4 - 10x^3 + 24x^2 + 10x - 25$, sabendo que é divisível por $(x - 5)^2$

l. $x^3 + 2x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{9}{2}$ sabendo que é divisível por $(x^2 - \frac{9}{4})$

Sol. a. $x(3x + 2)$ b. $2(x - \frac{1}{2})(x + 1)$ c. $x(x - 1)(x + 1)$ d. $x(x - 1)(x + 3)$ e. $-2x(x + \frac{1}{2})(x + 1)$ f. $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x^2 + 1)$
g. $(x - 1)(x - 6)(x - 5)$ h. $(x - 1)(x - 2)(x + 3)$ i. $(x - 2)^2(x + 1)(x - 1)$ j. $(x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3)$
k. $(x - 5)^2(x + 1)(x - 1)$ l. $(x - \frac{3}{2})(x + \frac{3}{2})(x + 2)$

2. Para certos números reais a e b , $ax^3 + bx^2 - 7x + 6$ é divisível por $x^2 + x - 6$. Determina a e b .

Sol. $a = 1 ; b = 0$

Multiplicidade de uma raiz de um polinómio:

Uma raiz α de um polinómio $P(x)$ tem multiplicidade k , quando k é o maior número natural para o qual $P(x)$ é divisível por $(x - \alpha)^k$

3. Indica a multiplicidade das raízes do polinómio $P(x) = 2(x + 1)^3(x - 5)^2(x - 2)$.

Sol. -1, m:3 ; 5 m:2 ; 2 m:1

4. Determina a multiplicidade da raiz indicada, para cada um dos seguintes polinómios:

a) $x^3 - 3x^2 - 9x + 27$; raiz 3

c) $6x^3 + 2x^2 + 6x + 2$ raiz $-\frac{1}{3}$

b) $x^4 + 7x^3 + 18x^2 + 20x + 8$; raiz -2

Sol. a. 2 b. 3 c. 1

5. Considera o polinómio $A(x) = 3x^3 + mx - 48$, com $m \in \mathbb{R}$.

a. Determina o valor de m para que o resto da divisão inteira de $A(x)$ por $x + 3$ seja -21 .

b. Considera $m = -36$ e decompõe $A(x)$ em fatores do 1º grau.

Sol. a. -36 b. $3(x - 4)(x + 2)(x + 2)$

6. Considera o polinómio $P(x) = (x - 2)^3(-x^2 + x + 2)$.

a. Indica o valor lógico da afirmação: *Dois é um zero de multiplicidade três do polinómio $P(x)$.*

b. Fatoriza o polinómio $T(x) = P(x) \times (x^2 - 1)$

c. Determina o valor exato de $P(\sqrt{2})$

Sol. a. F b. $-(x - 2)^4(x + 1)^2(x - 1)$ c. $28 - 20\sqrt{2}$

7. Considera o polinómio $P(x) = x^3 + bx + c$, onde b e c são números reais.

Sabe-se que $P(x)$ é divisível por $x - 2$ e -3 é um zero simples de $P(x)$.

a) Determina os valores reais de b e c .

b) Fatoriza o polinómio $P(x)$.

c) Resolve a equação $P(x) = 6$.

Sol. a. $b = -7, c = 6$ b. $(x - 2)(x + 3)(x - 1)$ c. $\{-\sqrt{7}, 0, \sqrt{7}\}$

8. Resolve as seguintes equações:

a. $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

b. $x^3 - 3x^2 - 9x - 5 = 0$

Sol. a. $\{-2, 2\}$ b. $\{-1, 5\}$

9. Resolve as seguintes inequações

a) $(x - 2)(7 + 3x) > 0$

b) $(x^2 + 3)(2x - 1) < 0$

c) $(x^2 - 4x - 5)(x^2 - 9) \leq 0$

f) $(x^2 - 2x + 1)(8 - x)^3 > 0$

d) $x^3 + 5x^2 - 6x > 0$

g) $(3x - 1)(x - 1)^2(x - 3)^3 > 0$

e) $-x^3 + 2x^2 + 15x - 36 < 0$ (4 é uma das

raízes)

Sol. a. $]-\infty, -\frac{7}{3}[\cup]2, +\infty[$ b. $]-\infty, \frac{1}{2}[$ c. $[-3, -1] \cup]3, 5]$ d. $]-6, 0[\cup]1, +\infty[$ e. $]-4, +\infty[\setminus \{3\}$ f. $]-\infty, 8[\setminus \{1\}$ g. $]-\infty, \frac{1}{3}[\cup]3, +\infty[$

10. Considera o polinómio $A(x) = 2x^4 + 9x^3 + 11x^2 - 4$.

a) Verifica que -2 é uma raiz de $A(x)$ e determina a sua multiplicidade.

- b) Determina as outras raízes de $A(x)$ e fatoriza este polinómio.
 c) Resolve a inequação $A(x) > 0$.

Sol. a. M:2 b. $2(x+2)^2(x+1)(x-\frac{1}{2})$ c. $]-\infty, -2[\cup]-2, -1[\cup]\frac{1}{2}, +\infty[$

11. Considera o polinómio $A(x) = 4x^3 - 19x^2 + 28x + k$. Sabe-se que 2 é uma raiz dupla do polinómio $A(x)$.

- a) Determina o valor de k .
 b) Fatoriza o polinómio e resolve $A(x) \leq 0$.

Sol. a. -12 b. $(x-2)^2(4x-3)$; $]-\infty, \frac{3}{4}] \cup \{2\}$

12. Passadas h horas do início de uma experiência, a temperatura de uma substância é dada pelo seguinte

modelo: $T(h) = -h^3 + 6h^2 - 8h + 4$ onde T está em graus e h em horas.

Sabe-se que a experiência decorreu durante 5 horas.

- a. Determina as temperaturas da substância no início e no fim da experiência.
 b. Determina durante quanto tempo a temperatura da substância foi superior ou igual a 4°C .

Sol. a. $T(0) = 4$; $T(5) = -11$ b. $[2,4]$

Um polinómio de grau n , tem no máximo n zeros reais. Um polinómio pode ser escrito na forma

$P(x) = a(x - z_1)(x - z_2)(x - z_3) \dots (x - z_n)$, onde a é determinado através da substituição de um ponto do gráfico.

13. Determine uma expressão analítica de uma função polinomial de quarto grau em que

- 2 é um zero duplo;
- 0 e 1 são zeros simples;
- A imagem de 3 é 6.

Sol. $P(x) = x(x-2)^2(x-1)$

14. Determina, na forma reduzida, o polinómio $P(x)$ de quarto grau que tem como raízes $-2, 1, \frac{3}{2}$ e 2 e cujo resto da divisão inteira por x é -36 .

Sol. $P(x) = 6x^4 - 15x^3 - 15x^2 + 60x - 36$

15. Determina o polinómio $P(x)$ do terceiro grau que admite -2 como raiz de multiplicidade 2 e que dividido por $x + 1$ e por x tem resto igual a 4.

Sol. $P(x) = (x+2)^2(-3x+1)$