Matemática 12º ano

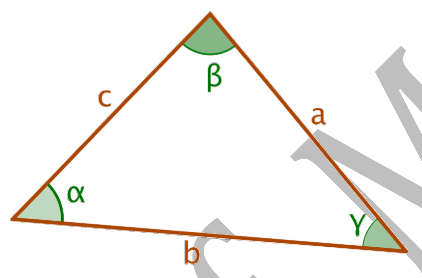
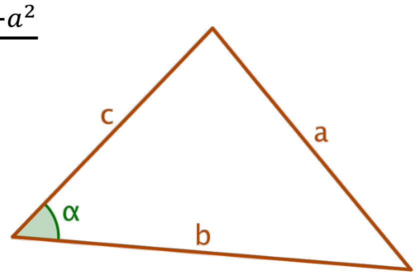
Resumo Trigonometria ----------------------Prof. Mónica Pinto

Razões trigonométricas (triângulos retângulos)

$$sen(\alpha) = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} \qquad cos(\alpha) = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} \qquad tg(\alpha) = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

Fórmulas fundamentais da trigonometria :

$$cos^2(\alpha) + sen^2(\alpha) = 1 \quad , \qquad 1 + tg^2(\alpha) = \frac{1}{cos^2(\alpha)} \quad , tg(\alpha) = \frac{sen(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Lei dos Senos	Lei dos Cossenos (Teorema de Carnot)
$\frac{\boldsymbol{\sin\alpha}}{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{\sin\beta}}{\boldsymbol{b}} = \frac{\boldsymbol{\sin\gamma}}{\boldsymbol{c}}$ 	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\alpha$ $\Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ 

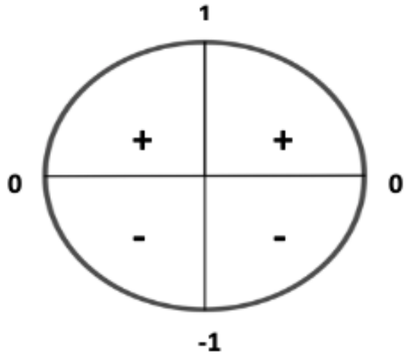
Medidas de ângulos:
Sistema sexagesimal : grau;
Sistema circular: radiano;

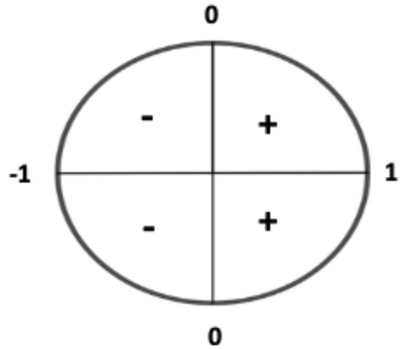
Um Radiano: é a amplitude de um ângulo que define em qualquer circunferência, com centro no seu vértice, um **arco de comprimento igual ao raio**

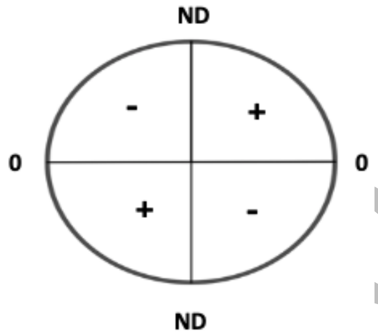
Converter graus ↔ radianos :
$180°$ *corresponde a* π *radianos*

	30° $\pi/6$ rad	45° $\pi/4$ rad	60° $\pi/3$ rad
sin	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
cos	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$
tg	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$

Seno **Cosseno.** **Tangente**

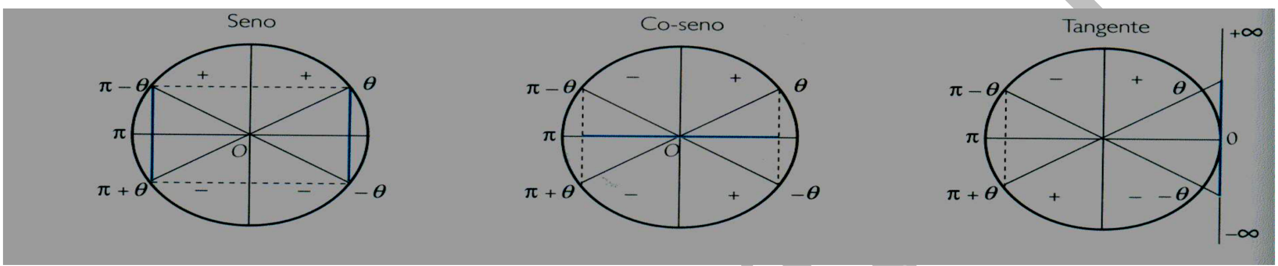






Redução ao 1º Quadrante:

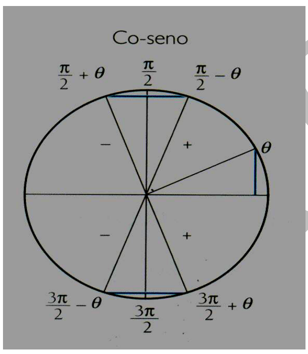
Relações entre as funções de θ, π-θ , π+θ e -θ



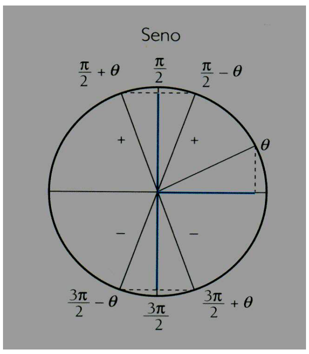
Mantém-se a função. O sinal muda, ou não, de acordo com o quadrante.

$$\sin(\pi-\theta)=\sin(\theta) \qquad \cos(\pi-\theta)=-\cos(\theta) \qquad tg(\pi-\theta)=-tg(\theta)$$
$$\sin(\pi+\theta)=-\sin(\theta) \qquad \cos(\pi+\theta)=-\cos(\theta) \qquad tg(\pi+\theta)=tg(\theta)$$
$$\sin(-\theta)=-\sin(\theta) \qquad \cos(-\theta)=\cos(\theta) \qquad tg(-\theta)=-tg(\theta)$$

Relações entre as funções de seno e cosseno de $\frac{\pi}{2}-\theta$, $\frac{\pi}{2}+\theta$, $\frac{3\pi}{2}+\theta$ e $\frac{3\pi}{2}-\theta$



$$\cos(\pi/2-\theta)=\sin(\theta)$$
$$\cos(\pi/2+\theta)=-\sin(\theta)$$
$$\cos(3\pi/2-\theta)=-\sin(\theta)$$
$$\cos(3\pi/2+\theta)=\sin(\theta)$$



$$\sin(\pi/2-\theta)=\cos(\theta)$$
$$\sin(\pi/2+\theta)=\cos(\theta)$$
$$\sin(3\pi/2-\theta)=-\cos(\theta)$$
$$\sin(3\pi/2+\theta)=-\cos(\theta)$$

Passa-se para a co-função **O sinal muda, ou não, de acordo com o quadrante**

Funções trigonométricas inversas

Função arco-seno : $\underset{x \hookrightarrow arcsin\, x}{f^{-1}:[-1,1] \to \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]}$ $\qquad$ $arcsin\, x = y \Leftrightarrow x = sin\, y$

Função arco-cosseno : $\underset{x \hookrightarrow arccos\, x}{f^{-1}:[-1,1] \to [0;\pi]}$ $\qquad$ $arccos\, x = y \Leftrightarrow x = cos\, y$

Função arco-tangente : $\underset{x \hookrightarrow arctan\, x}{f^{-1}:\mathbb{R} \to \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[}$ $\qquad$ $arctan\, x = y \Leftrightarrow x = tan\, y$

Fórmulas trigonométricas:

- $cos\,(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

  em particular quando $y = x$: $\boxed{\cos(2x) = cos^2 x - sin^2 x}$

- $cos\,(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

- $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$

  em particular quando $y = x$: $\boxed{\sin(2x) = 2 \sin x \cos x}$

- $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$

- $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$

- $\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

Limites notáveis: $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

Derivada das funções trigonométricas:

$(\sin u)' = u' \cdot \cos u \qquad (\cos u)' = -u' \cdot \sin\, u \qquad (\tan u)' = \frac{u'}{\cos u}$