Matemática B 10º ano   Janeiro 2019

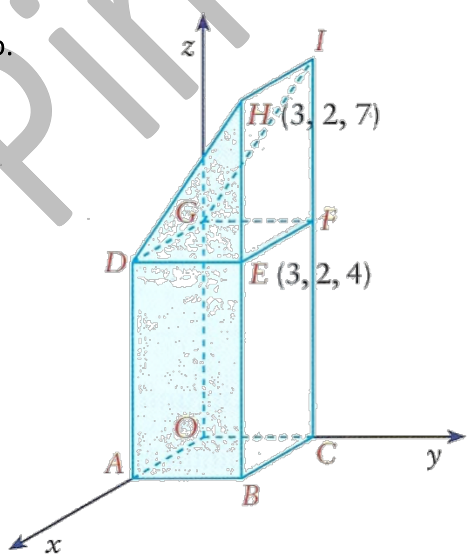
Ficha de preparação para o teste

1. Num referencial (O, x, y, z),o simétrico do ponto $A(-5,1,2)$ relativamente ao eixo Ox tem de coordenadas:

   A. $(5\,,-1{,}2)$ B.$(5,-1,-2)$ C. $(-5,-1,-2)$ D. $(1{,}5{,}2)$

Sol. C.

2. Na figura está representado, em referencial OXYZ, um sólido formado por um paralelepípedo retângulo e um prisma reto.



- Uma das faces do prisma coincide com uma das faces do paralelepípedo.
- O vértice *O* é a origem do referencial.
- Os vértices *A*, *C* e *G* pertencem aos semieixos positivos Ox, Oy e Oz respetivamente.
- A unidade considerada é o centímetro.

a) Determina as coordenadas dos restantes vértices do sólido.

b) Indica as coordenadas do simétrico de *E* relativamente:

   i. Ao plano xOy;

   ii. Ao eixo Ox;

c) Define, através de uma condição em $\mathbb{R}^3$cada um dos plano *DEF*, *BCI* e *DEH*;

d) Determina a área da secção produzida no sólido pelo plano de equação *z*=5.

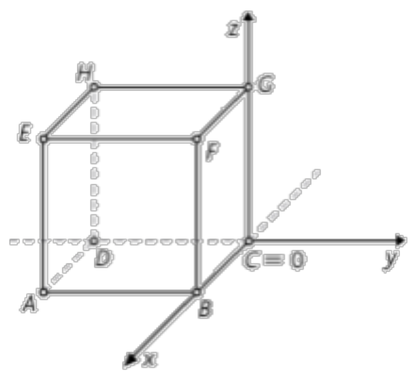
e) Determina o volume do sólido.

f) Para determinado valor de *k*, o plano de equação *z=K* divide o sólido em duas partes com volumes iguais. Determina k.

Sol: a) A(3,0,0) , B(3,2,0), C(0,2,0), D(3,0,4) , F(0,2,4) , G(0,0,4) , I(0,2,7), O(0,0,0) b) i)(3,2,-4) ii) (3,-2,-4) iii) (2,3,4) c) i z=4 ; y=2 ; x=3

ii) d) 4 cm^2 e) 33 cm^2 f) k=2,75

3. Considera o cubo representado no seguinte referencial cartesiano. Sabe-se que o volume do cubo é $343cm^3$ e que os vértices B e G pertencem respetivamente aos eixos Ox e Oz.



   a. Indica as coordenadas dos pontos B, D, E e G.

   b. Escreve a equação do plano que contém a face $[EFGH]$.

Sol. a. $B(7,0,0)$ $D(0,-7,0)$ $E(7,-7,7)$ $G(0,0,7)$. b. $z=7$

4. Determina a distância entre os pontos $A(-1,0,5)$ e $B(-3,2,4)$.

Sol $\sqrt{89}$

5. Prova que o triângulo definido pelos pontos $A(-1,2), B(4,-3)$ e $C(4,2)$ é retângulo.

6. Considera as seguintes retas: r: $y=-x+4.$; s: $2x-y=5.$; t: $y=\frac{-2x+3}{2}$.

   a. Indica o declive de cada uma das retas.

   b. Estuda a posição relativa das retas

      i. r e s. ii. r e t. Iii. t e s.

   c. Determina as coordenadas dos pontos da interseção da reta r com eixos coordenados.

Sol. a. -1, 2, -1 b. i. concorrentes. Ii.paralelas iii. Concorrentes.c.Eixo y: (0,4). Eixo x: (4,0)

7. Considera os pontos $A(4,0), B(2,3)$ e $C(0,3)$. Escreve uma equação reduzida da reta :

   i. BC

   ii. AB.

   iii. Paralela a AB e que passa por $D(4,2)$

   iv. Paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares e que passe pelo ponto A.

Sol. . i. $y=3$. Ii. $y=-\frac{3}{2}x+6$. Iii. $y=-\frac{3}{2}x+8$ iv. $y=x-4$

8. Considera num referencial o.m. a reta $x+2y=5$.

   a. Determina as coordenadas dos pontos de interseção da reta com:

      i. Eixo das ordenadas

      ii. Eixo das abcissas:

   b. Escreve a equação reduzida da reta que passa pela origem do referencial e é paralela à reta dada.

Sol. a. i. $\left(0,\frac{5}{2}\right)$. $ii.(5,0)$ b. $y=-x+4$

9. Num referencial o.m. xOy, considera os pontos $A(-1,3)$ e $B(2,0)$.

   a) Verifica se a reta AB é paralela à reta de equação $x+y-2=0$.

   b) Determina k de modo que a reta de equação $2y-kx+5=0$ seja paralela à reta AB.

Sol. a. Sim b. -2

10. Na figura seguinte está representada graficamente a função g.

Indica:

a) O domínio e contradomínio de g.

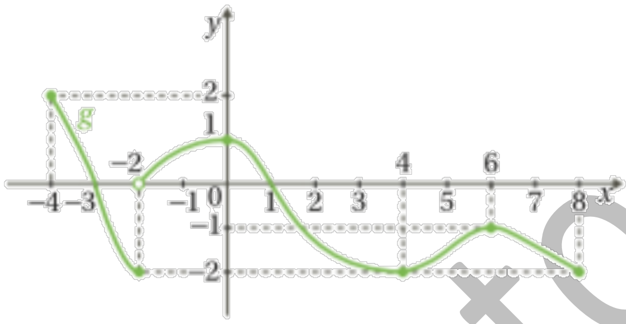
b) $g(4)$

c) x, tal que $g(x) = -2$.

d) Os zeros de g.

e) Quadro de variação

f) Um intervalo onde a função seja positiva e crescente.



Sol. a. $D = [-4{,}8]$, $D' = [-2{,}2]$ b. -2. C. $\{-2{,}4{,}8\}$ d. $\{-3{,}1\}$ f. $]-2{,}0]$

11. Com o auxílio da calculadora gráfica, esboça o gráfico e determina os zeros e estuda o sinal de cada uma das seguintes funções:

a) $y = -2x + 3$

b) $y = 2x^2 + x$

c) $y = x^2 - 2x + 3$

Sol. a. zero: $\frac{3}{2}$, +: $\left]-\infty,\frac{3}{2}\right[$, −: $\left]\frac{3}{2},+\infty\right[$ b: Zeros: $\left\{\frac{-1}{2},0\right\}$, +: $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[\cup \left]0,+\infty\right[$, −: $\left]-\frac{1}{2},0\right[$ c. Zeros: { }, positiva em $\mathbb{R}$

12. Considera a função definida pela expressão $g(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$.

Com o auxílio da calculadora gráfica:

a) Estuda a função quanto à existência de zeros e à variação de sinal;

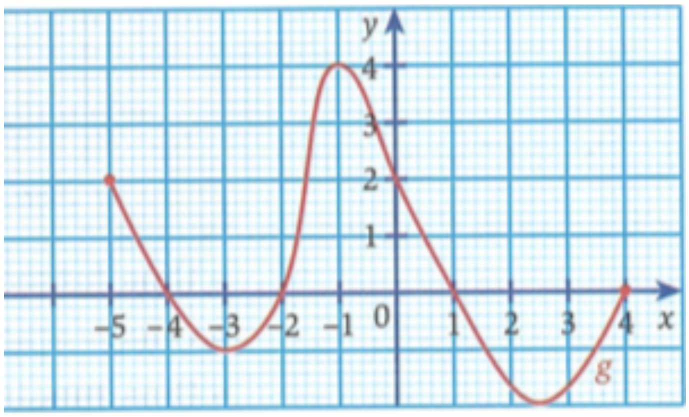
b) Esboça o gráfico de g;

c) Investiga a existência de extremos e indica-os;

d) Indica o conjunto solução da seguinte condição $g(x) \geq 8$.

Sol. a. Zeros: $\{-3{,}2\}$, c. Máximo relativo : 18,5. Minímo relativo : 0. D. $[4,+\infty[$

13. Considera a representação gráfica da função g.



a. Indica o domínio e o contradomínio da função g.

b. Indica os zeros da função g.

c. Calcula $g(-5)+g(-3)-g(0)$.

d. Indica, relativamente a esta função:

   i. Os extremos absolutos;

   ii. Os extremos relativos;

   iii. Os maximizantes;

   iv. Os minimizantes.

e. Indica os intervalos onde a função g é positiva e os intervalos onde é negativa.

f. Elabora um quadro de variação da função.

Sol. a. $D_f=[-5,4]$; $D_f{}'=[-2,4]$ b. $\{-4,-2,1,4\}$ c. -1 d. i. mínimo absoluto: -2 ; máximo absoluto : 4; ii. mínimos relativos: -2, -1 ; máximos relativos: 0,2,4 e. $g(x)>0 \Leftrightarrow x\in[-5,-4[\,\cup\,]-2,1[$; $g(x)<0 \Leftrightarrow x\in\,]-4,-2[\,\cup\,]1,4[$.