Matemática 11º ano

Formulário de sucessões------------------------Prof.Mónica Pinto

Uma sucessão é uma função cujo domínio é o conjunto dos números naturais, $\mathbb{N}$

u_n representa o termo geral ; n a ordem do termo

Para ver se um determinado valor é termo da sucessão, igualar a sucessão a esse valor e resolver. Se a solução encontrada para n for um número natural, então é termo da sucessão.

Estudar a monotonia:

Determinar $u_{n+1} - u_n$.

Se $u_{n+1} - u_n < 0$, então a sucessão é decrescente

Se $u_{n+1} - u_n > 0$, então a sucessão é crescente

Caso contrário a sucessão não é monótona.

Nota: Pode-se calcular os três primeiros termos. Se não existir monotonia nos primeiros termos, a sucessão não é monótona, caso contrário nada se pode concluir e necessário determinar o sinal de $u_{n+1} - u_n$.

Exemplo

Estudar a monotonia de $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

$u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)+1}{n+1+2} - \frac{2n+1}{n+2} = \frac{(2n+3)(n+2)-(2n+1)(n+3)}{(n+3)(n+2)} = \frac{3}{(n+3)(n+2)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}$, logo a sucessão u_n é monótona crescente.

Sucessões limitadas

Uma sucessão a_n é limitada se existirem $m, M \in \mathbb{R}$ tal que $\forall n \in \mathbb{N}, m \leq a_n \leq M$.

Exemplo:

Verificar se $a_n = \frac{2n+3}{n+1}, n \in \mathbb{N}$ é limitada.

Cálculos auxiliares:

$$\begin{array}{r|l} 2n+3 & n+1 \\ \hline -2n-2 & 2 \\ \hline 1 & \end{array}$$

$\frac{D}{d} = q + \frac{r}{d}$ $a_n = 2 + \frac{1}{n+1}$

$$0 < \frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 + 0 < 2 + \frac{1}{n+1} \leq 2 + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 < a_n \leq \frac{3}{2}, \forall \in \mathbb{N} \; logo \; a_n \text{ é } limitada$$

Método de Indução

Provar que a propriedade é válida para o primeiro termo. $(n = 1)$

Hipótese de Indução: A propriedade é verdadeira para o termo de ordem n.

Tese de Indução: A propriedade é verdadeira para o termo de ordem $n + 1$.

Progressões aritméticas:

Uma sucessão (u_n) é uma p.a. se e só se $u_{n+1} - u_n = constante = razão$

Termo geral: $u_n = u_1 + (n-1) \times r$ ou $u_n = u_k + (n-k) \times r$

Soma dos *n* primeiros termos de uma p.a. : $S_n = \frac{u_1+u_n}{2} \times n$

Soma dos termos de sucessão a começar no termo k e a terminar no termo p: $S = \frac{u_k+u_p}{2} \times (p-k+1)$

Progressões geométricas:

(u_n) é progressão geométrica se e só se $\frac{u_{n+1}}{u_n} = constante = razão$

Termo geral: $u_n = u_1 \times r^{n-1}$ ou $u_n = u_k \times r^{n-k}$

Soma dos n primeiros termos : $S_n = u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

Soma dos termos de sucessão a começar no termo k e a terminar no termo p: $S = u_k \frac{1-r^{p-k+1}}{1-r}$