Ficha de Exercícios - Matemática 10º ano

Operações com polinómios------------------------Prof.Mónica Pinto

1. Considera os seguintes polinómios

$$\boldsymbol{P(x) = 2x^2 - 3x + 5} \quad \textbf{e} \quad \boldsymbol{Q(x) = -3x + 2}$$

Calcula, apresentando o resultado na forma de polinómio reduzido e ordenado:

a) $P(x) + Q(x)$ b) $P(x) - Q(x)$ c) $P(x) \times Q(x)$

Sol. a. $2x^2 - 6x + 7$ b.$2x^2 + 3$ c. $-6x^3 + 13x^2 - 21x + 10$

2. Considera os polinómios

$$\boldsymbol{A(x) = -x^2 - 3x + \frac{1}{2}} \quad ; \quad \boldsymbol{B(x) = 3x^2 - \frac{1}{3}} \quad ; \quad \boldsymbol{C(x) = x - 1}$$

Calcula, apresentando o resultado na forma de polinómio reduzido e ordenado:

a) $2A(x) - 3B(x)$ c) $[C(x)]^2 - B(x)$

b) $B(x) \times C(x)$ d) $-3[C(x)]^3$

Sol. a. $-11x^2 - 6x + 2$ b. $3x^3 - 3x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ c. $-2x^2 - 2x + \frac{4}{3}$

3. Determina o dividendo $D(x)$, conhecidos o divisor $d(x)$, o quociente $Q(x)$ e o resto $R(x)$, em cada um dos casos:

a) $d(x) = x^3 + x + 1$; $Q(x) = x^2 + 3$ e $R(x) = x - 1$

b) $d(x) = -x^2 + 3x$; $Q(x) = x^3 - \frac{1}{2}x + 1$ e $R(x) = \frac{1}{2}x + 3$

Sol. a. $x^5 + 4x^3 + x^2 + 4x + 2$ b. $-x^5 + 3x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{7}{2}x + 3$

4. Considera os polinómios $A(x), B(x)$ e $C(x)$ de graus 2, 3 e 4, respetivamente.

O grau do polinómio $A(x)(\ B(x) + C(x)\ )$ é :

A. 4 B. 6 C. 8 D. 14

5. Determina o quociente e o resta da divisão de $A(x)$ por $B(x)$, sendo:

a) $A(x) = 2x^4 - 2x^3 + 2x - 1$ e $B(x) = x^2 - 3$

b) $A(x) = 4x^2 - 2x + 5$ e $B(x) = 2x - 5$

c) $A(x) = x(-1 + 2x^2)$ e $B(x) = x^2 + 3x - 1$

d) $A(x) = x^4 - x^5 - 5x + 2$ e $B(x) = 1 - x$

Sol. a. $Q(x) = 2x^2 - 2x + 6$, $R = -4x + 17$ b. $Q(x) = 2x + 4$, $R = 25$ c. $Q(x) = 2x - 6$, $R = 19x - 6$ d. $Q(x) = x^4 + 5$, $R = 3$

6. Determina $A(x)$ de modo que $7x^3 - 18x^2 + 8x = (x^2 - 2x) \times A(x)$.

Sol. $7x - 4$

7. Utiliza a regra do Ruffini para efetuar as seguintes divisões:

a) $(2x^3 - x^2 - 12x - 7) : (x - 3)$

b) $\frac{x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x + 1}$

c) $(x^2 - 3x + 3) : (x - 1)$

d) $(x^3 + 1) : (x + 1)$

e) $(3x^3 + 2x - 1) : (x + \frac{3}{2})$

f) $(x^3 - 2x^2 + 3x - 1) : (3x + 6)$

g) $(2x^4 - 2) : (2x - 1)$

h) $(3x^2 - x + 2) : (2x - 6)$

i) $(3x^3 - x^2 + 1) : (3x + 2$

Sol.

a. $Q(x) = 2x^2 + 5x + 3$, $R = 2$

b. $Q(x) = x^3 + x$, $R = 1$

c. $Q(x) = x - 2$ $R = 1$

d. $Q(x) = x^2 - x + 1$ $R = 0$

e. $Q(x) = 3x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{35}{4}$ $R = -\frac{113}{8}$

f. $Q(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 1$, $R = -7$

g. $Q(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}$, $R = -\frac{15}{8}$

h. $Q(x) = \frac{3}{2}x^2 + 4$ $R = 26$

i. $Q(x) = x^2 - x + \frac{2}{3}$ $R = -\frac{1}{3}$

8. Considera os polinómios $A(x) = 3x^4 + 5x^2 + 2x - 1$ e $B(x) = -x + 2$.
Determina $C(x)$ e $D(x)$ de modo que $A(x) = B(x) \times C(x) + D(x)$

Sol $C(x) = -3x^3 - 6x^2 - 17x - 36$, $D(x) = 71$

9. Prova que a divisão $(2x^4 - 7x^3 + 6x - 21) : (2x - 7)$ é exata.

Teorema do Resto

O resto da divisão de um polinómio $P(x)$ por $x - a$ é $P(a)$.

Um polinómio $P(x)$ é divisível por $x - a$ se e só se $P(a) = 0$

10. Utiliza o teorema do resto para calcular o resto das seguintes divisões:

a) $(-x^3 + 2x^2 - 3) : (x - 1)$

b) $(x^2 - 3x + 4) : (x + 3)$

c) $\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4x - 2\right) : (2x - 6)$

Sol. a. -2 b. 22 c. 10

11. Considera o polinómio $P(x) = x^4 - (k+1)x^2 + 3kx - 2$.

Determina o valor de k, de modo que:

a) o resto da divisão de $P(x)$ por $x + 1$ seja 2.

b) $P(x)$ seja divisível por $x - 2$.

Sol. a. 0 b. -5

12. Determina os números reais a e b, de modo que o polinómio $P(x) = 2x^3 - 3ax + 2x + b$ seja divisível por $x - 1$ e que dividido por $2x + 4$ dê resto 3.

Sol. $a = -3$, $b = -13$

13. Considera a função polinomial p definida por $p(x) = -2x^{2n+1} - x^{2n} + x^{n+1} - 1$ com $n \in \mathbb{N}$.

Se n for par, então o resto da divisão de $p(x)$ por $x + 1$ é

A. -2 B. -1 C. 0 D. 1