

# Ficha de Exercícios - Matemática B 11º ano

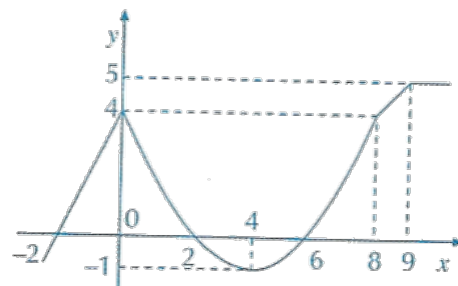
## Cálculo diferencial-----Prof. Mónica Pinto

- Variação da função  $f$  no intervalo  $[a, b]$ :  $f(b) - f(a)$
- Taxa média de variação da função  $f$  no intervalo  $TVM_{[a,b]} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

1. Seja  $f$  a função representada ao lado.

Determina:

- A variação de  $f$  no intervalo  $[-2,0]$  e a taxa média de variação no mesmo intervalo;
- A taxa média de variação em cada um dos seguintes intervalos:  $[0,8]$ ,  $[-2,4]$ ,  $[2,10]$ .



2. Seja  $g(x) = x^2 - 9$  e  $h \in \mathbb{R}^+$ .

Determina:

- A variação da função no intervalo  $[1; 1+h]$
- A taxa média de variação no intervalo  $[1, 1+h]$
- Para que valor tende a t.m.v $[1,1+h]$  quando  $h$  tende para zero?

- Derivada, Velocidade ou Taxa de variação instantânea em  $x = a$ :  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

3. Um corpo é lançado na vertical de baixo para cima. A altura  $h$ , em metros, a que se encontra o corpo, decorridos  $t$  segundos, é dada por

$$h(t) = -t^2 + 6t + 1$$

- Qual a altura a que se encontra o corpo, decorridos 2 segundos?
- Qual é a velocidade média nos primeiros 2 segundos?
- Calcula a velocidade no instante  $t=2$ .
- Mostra que  $h'(3) = 0$ .

4. Considera a função  $g$  definida por  $g(x) = \frac{2}{x}$ . Calcula a derivada da função no ponto a)  $x=1$ .

**Equação da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $x = a$ :  $y = f'(a)x + b$**

1º Calcular o declive da reta tangente:  $m = f'(a)$  (na calculadora)

2º Determinar  $f(a)$ , (isto é, ir à expressão da função inicial e substituir o  $x$  pelo valor  $a$ .)

3º Substituir em  $y = mx + b$ , o  $y \leftarrow f(a)$ ,  $m \leftarrow f'(a)$ ,  $x \leftarrow a$  para calcular o  $b$

Exemplo:

Determinar a equação da reta tangente ao gráfico de  $f$ , no ponto  $x = 2$  sendo  $f(x) = 2x^2 + 1$ .

Resolução:

$$m = f'(2) = 8; \quad f(2) = 2 \times 2^2 + 1 = 9; \quad y = mx + b, 9 = 8 \times 2 + b \Leftrightarrow b = -7$$

A equação da reta pedida é:  $y = 8x - 7$

---

5. Escreva a equação da reta tangente às seguintes funções nos pontos indicados

a.  $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$  no ponto de abscissa  $x = 1$

b.  $f(x) = 2x^2 - 2$  no ponto de abscissa  $x = 2$

---

### Monotonia (crescente/decrescente) e Extremos da função (máximos e mínimos)

1º Representar o gráfico da derivada da função na calculadora.

2º Achar os zeros da derivada da função, isto é resolver  $f'(x) = 0$ .

3º Construir um quadro de sinais para a derivada. Onde a derivada é positiva a função é crescente e onde a derivada é negativa a função é decrescente, e vice-versa.

---

6. Estuda a monotonia e extremos das seguintes funções

a.  $f(x) = x^2 - 5x$

b.  $f(x) = \frac{x^3}{3} + 4x$

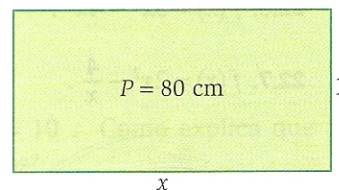
c.  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 5\frac{x^2}{2} + 6x$

d.  $f(x) = x + \frac{1}{x}$

e.  $f(x) = \frac{1-x}{x}$

f.  $f(x) = \frac{x^3+2}{2x}$

7. De todos os retângulos com perímetro igual a 80 cm, determine as dimensões do que tem área máxima.



8. De todos os retângulos com área igual a  $100 \text{ cm}^2$ , determine as dimensões do que tem perímetro mínimo.

