Ficha de Exercícios - Matemática 9º ano
Equações do 2º grau------------------------------Prof. Mónica Pinto

Uma **equação é 2º grau** se, depois de simplificada, o maior grau da equação for 2. Isto é, tem de **existir um termo com x^2** ***(se a variável for*** x).

Forma geral de uma equação do 2º grau : $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ $\quad$ $(\boldsymbol{forma\ canónica})$

Equações do 2º grau incompletas :

B=0 → Não existe termo com x

Isolar o x^2 no 1º membro. Para tirar o quadrado, fazer $\pm\sqrt{\ }$ no 2º membro.

Exemplo:

$4x^2-16=0 \Leftrightarrow 4x^2=16 \Leftrightarrow x^2=\frac{16}{4} \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-2 \qquad C.S=\{-2,2\}$

Outra opção de resolução:

Passar todos os termos para o 1º membro, fatorizar e usar a lei do anulamento do produto:

Exemplo:

$4x^2-16=0 \Leftrightarrow (2x-4)(2x+4)=0 \Leftrightarrow 2x-4=0 \vee 2x+4=0 \Leftrightarrow 2x=4 \vee 2x=-4 \Leftrightarrow x=2 \vee x=-2$

C=0 → Todos os termos têm x .

Passar todos os termos para o 1º membro e fatorizar. Usar lei do anulamento do produto.

Exemplo:

$x^2=5x \Leftrightarrow x^2-5x=0 \Leftrightarrow x\,(x-5)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-5=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=5. \qquad C.S=\{0,5\}$

Equações do 2º grau completas

Várias opções de resolução:

->Passar todos os termos para o 1º membro e se for possível fatorizar, fatorizar e usar a lei do anulamento do produto

Exemplo:

$\boldsymbol{(x+1)^2+2(x+1)=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+1+2)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \vee x+1+2=0 \Leftrightarrow x=-1 \vee x=-3}$

$C.S=\{-3,-1\}$

->Resolver pelo método complemento do quadrado

Escrever a equação simplificada com todos os termos com x no primeiro membro. Dividir todos os termos da equação por a (coeficiente de x^2) se este não for igual a 1.

Construir um caso notável e isolá-lo no 1º membro. Para tirar o quadrado, fazer $\pm\sqrt{\ }$ no 2º membro e resolver cada equação.

Exemplo

$\mathbf{2}x^2 + 12x = -16.$ Dividir todos os termos por 2 (coeficiente de x^2)

$\Leftrightarrow x^2 + 6x = -8$ Construir um caso notável

$\Leftrightarrow (x+3)^2 - 3^2 = -8$ Isolar o caso notável

$\Leftrightarrow (x+3)^2 = -8 + 9$

$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 1 \Leftrightarrow x + 3 = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -1 - 3 \vee \boldsymbol{x = 1 - 3} \Leftrightarrow \boldsymbol{x = -4} \vee \boldsymbol{x = -2}$

$C.S = \{-4, -2\}$

Recorrer à Fórmula resolvente:
Simplificar a equação e passar todos os termos para o 1º membro por forma a equação ficar =0 .
Identificar o
a →coeficiente do x^2 que é o valor "agarrado" ao x^2
b→ coeficiente do x
c→ termo independente, que é o termo que não tem incógnita x
Substituir na fórmula : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \times a \times c}}{2 \times a}$

1. Aplica os casos notáveis da multiplicação para escreveres cada uma das expressões seguintes na forma de polinómio reduzido.

Recorda: $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + 2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2$; $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2$

a. $(x+3)^2$
b. $(2x-3)^2$
c. $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$
d. $\left(-2x - \frac{1}{5}\right)^2$
e. $(\sqrt{2}x + \sqrt{8})^2$
f. $(x-2)(x+2)$
g. $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$
h. $(2x-3)(2x+3)$
i. $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}\right)$
j. $(1-x)(x+1)$
k. $[(x-1)(x+1)]^2$

Sol. a. $x^2 + 6x + 9$ b. $4x^2 - 12x + 9$ c. $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ d. $4x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{1}{25}$ e. $2x^2 + 8x + 8$ f. $x^2 - 4$ g. $x^2 - 3$ h. $4x^2 - 9$ i. $\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{25}$ j. $1 - x^2$ k. $x^4 - 2x^2 + 1$

2. Simplifica cada uma das expressões seguintes e apresenta o resultado numa forma reduzida.

a. $1 - 2x(x-4) - \frac{1}{3}x(3x-6)$ b. $2(x+4)^2 - (x-3)(x+3)$ c. $1 - 2(1-2x)(1+2x)$

Sol. a. $-3x^2 + 10x + 1$ *b.* $x^2 + 16x + 41$ *c.* $-1 + 8x^2$

3. Para as equações seguintes, indica se se trata de uma equação do 2° grau. Em caso afirmativo, escreve-a na forma canónica e classifica-a como equação completa/incompleta.

a. $2(x^2 - 5) = x - 10$
b. $x(x-1) = x^2 + 2x$
c. $(2x-1)^2 = (x+1)(x-1)$

Sol. a. Eq. do 2° grau, incompleta; b. Não é eq. do 2° Grau. C. Eq. do 2°grau completa

4. Resolve as seguintes equações através da lei do anulamento do produto:

a. $(x-4)(2x+6)=0$

b. $2\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(5-\frac{3x+2}{4}\right)=0$

c. $x^2-16=0$

d. $(x-1)^2-25=0$

Sol. a. $C.S=\{-3,4\}$ *b.* $C.S=\{2,6\}$ *c.* $C.S=\{-4,4\}$ *d.* $C.S=\{-4,6\}$

5. Sem recorrer à fórmula resolvente, resolve as seguintes equações:

a. $3x+x^2=0$

b. $x^2=x$

c. $(2-3x)(2+3x)=4+x$

d. $x^2-1=0$

e. $x^2+1=0$

f. $16x^2-9=0$

g. $(-x-2)^2-4x=20$

h. $(x+3)^2-25=0$

i. $(x-1)^2-4=0$

j. $x-\frac{(2x-5)^2}{5}=x-5$

Sol. *a.* $C.S=\{-3,0\}$ *b.* $C.S=\{0,1\}$ *c.* $C.S=\left\{-\frac{1}{9},0\right\}$ *d.* $C.S=\{-1,1\}$, *e.* $C.S=\{\quad\}$ *f.* $C.S=\left\{-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right\}$ *g.* $C.S=\{-4,4\}$ *h.* $C.S=\{-8,2\}$, *i.* $C.S=\{-1,3\}$ *j. .* $C.S=\{0,5\}$

6. Escreve as seguintes expressões na forma $a(x-d)^2+e$:

a. x^2-6x+8

b. $x^2+10x+20$

c. x^2-4x+3

d. $x^2-5x+\frac{1}{4}$

e. x^2+7x

f. $x^2+\frac{3}{2}x-\frac{7}{16}$

g. $2x^2+12x+10$

h. $2x^2+6x$

i. $3x^2-15x-\frac{5}{4}$

Sol. a $(x-3)^2-1$ b. $(x+5)^2-5$ c. $(x-2)^2-1$ d. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$ e. $\left(x+\frac{7}{2}\right)^2-\frac{49}{4}$ f. $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-1$ g. $2(x+3)^2-8$ h. $2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$ i. $3\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-20$

7. Sem recorrer à fórmula resolvente, resolve as seguintes equações:

a. $x^2-2x-3=0$

b. $x^2-4x-12=0$

c. $3x^2-6x-24=0$

d. $2x^2+12x=-10$

e. $4x^2=20x-24$

Sol. a. $C.S=\{-1,3\}$ *b.* $C.S=\{-2,6\}$ *c.* $C.S=\{-2,4\}$ *d.* $C.S=\{-5,-1\}$ *e.* $C.S=\{2,3\}$

8. Resolve as seguintes equações, recorrendo à fórmula resolvente:

a. $x^2-5x+6=0$

b. $x^2-5x+4=0$

c. $(3x-1)(3x+1)=8x$

d. $(x+1)^2-5(x+2)=1$

e. $3\left(\frac{x^2}{2}-x\right)=1-\frac{11x}{2}$

f. $x-\frac{x+2}{3}=\frac{x^2}{6}$

g. $3(x-1)=-\frac{x^2-1}{2}$

h. $(x+2)^2+7=0$

Sol. *a.* $C.S=\{2,3\}$ *b.* $C.S=\{1,4\}$ *c.* $C.S=\left\{-\frac{1}{9},1\right\}$ *d.* $C.S=\{-2,5\}$, *e.* $C.S=\left\{-2,\frac{1}{3}\right\}$ *f.* $C.S=\{2\}$ *g.* $C.S=\{-7,1\}$ *h.* $C.S=\{-8,2\}$, *i.* $C.S=\{-1,3\}$ *h.* $C.S=\{\quad\}$

<u>Binómio discriminante</u> - $\Delta = b^2 - 4ac$
Se **o $\Delta > 0$, a equação do 2º grau tem duas soluções**
$\Delta < 0$ a equação não tem soluções , é impossível
$\Delta = 0$ a equação tem 1 solução (solução dupla)

9. Sem resolver as equações, indica o sinal do binómio discriminante (positivo/ negativo/ nulo) e o número de soluções de cada equação:
   a. $x^2 - 3x - 5 = 0$
   b. $-3x^2 + 8x - 5 = 0$
   c. $-x^2 + \sqrt{12}x - 3 = 0$
   d. $2x^2 - 5x = 0$
   e. $-x^2 + x - 7 = 0$
   f. $4x^2 - 5x + 1 = 0$
   g. $8x^2 + 11 = 0$

Sol. $\Delta > 0$: a, b, d,f – 2 soluções distintas ; $\Delta < 0$: e, g, sem soluções ; $\Delta = 0$: c, uma solução

10. Considera a equação $\left(3x - \frac{1}{3}\right)^2 = k$, sendo $k \in \mathbb{R}$.

    Determina todos os valores de k de modo que, em $\mathbb{R}$, a equação:
    a. tenha duas soluções distintas;
    b. tenha uma única solução;
    c. não tenha soluções.

Sol. a. $k > 0$; b. $k = 0$; c. $k < 0$

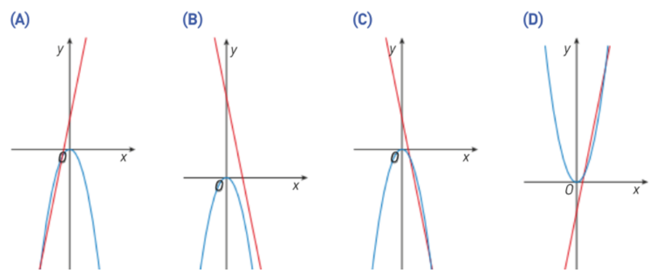
11. Considera a equação $x^2 - (m-1)x + 4 = 0$, com $m \in \mathbb{R}$.
    a. Determina os valores de m para os quais a equação tem uma única solução.
    b. Resolve, em $\mathbb{R}$, a equação para $m = 6$, aplicando a fórmula resolvente.

Sol. a. $-3, 5$ b. $\{1,4\}$

12. Determina o(s) valor(es) de k que transforma(m) cada uma das seguintes equações em equações com uma única solução.
    a. $x^2 - 3x + k = 0$
    b. $-kx^2 - 5x = 4k, k \neq 0$
    c. $x^2 + 3kx + 1 - 4k = 0$
    d. $x^2 + 2kx - 3k = 0$

Sol. a. $\frac{9}{4}$ b. $-\frac{5}{4}$; $\frac{5}{4}$ c. $-2, \frac{2}{9}$ d. $-3, 0$

13. Considera as funções f e g definidas pelas expressões $f(x) = -4x^2$ e $g(x) = 1 - 5x$.Diz, justificando, em qual das seguintes figuras podem estar representados os gráficos de f e g.



Sol. C