Ficha de Exercícios - Matemática 10º ano

A função módulo---------------------------------------Prof. Mónica Pinto

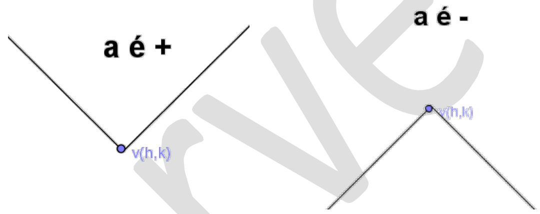
Quadro Resumo

<u>Escrever um módulo numa função por ramos:</u> $\boldsymbol{a|f(x)| + k} = \begin{cases} af(x) + k & se \;\; f(x) \geq 0 \\ -af(x) + k & se \;\; f(x) < 0 \end{cases}$

<u>Esboçar uma função módulo do género</u> a|x-h|+k

1º Identificar o “vértice do módulo” V(h,k)

2º Calcular um ponto, dando um valor ao x diferente de h. Marcar esse ponto para determinar a abertura do módulo. Ter em atenção que a função é simétrica em relação a x=h.



<u>Esboçar uma função módulo diferente da anterior</u>: Esboçar a função que está dentro do módulo e fazer a transformação gráfica, que todas as imagens negativas passam a positivas

<u>Resolução de Equações simples com módulos :</u>

1º Isolar o módulo no primeiro membro. $|f(x)| = a \;\Leftrightarrow f(x) = a \;\vee f(x) = -a$

<u>Resolução de Inequações simples com módulos:</u>

1º Isolar o módulo no primeiro membro. $|f(x)| \geq a \;\Leftrightarrow f(x) \geq a \;\wedge f(x) \leq -a$

$|f(x)| \leq a \;\Leftrightarrow f(x) \leq a \;\vee f(x) \geq -a$

Nota : lembrar da regra da estrela

1. Esboça as seguintes funções:

   a. $f(x) = 2|x-1| - 3$

   b. $f(x) = -|x+1| + 2$

   c. $f(x) = |x|$

   d. $f(x) = 1 - 2|x-1| +$

   e. $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$

   f. $f(x) = |2x - 3|$

2. Sem esboçar as funções determina o seu contradomínio e os pontos extremos.

   a. $f(x) = 3|x+1| - 3$
   b. $f(x) = -|x-5| + 2$
   c. $f(x) = |x|$
   d. $f(x) = 1 - 3|x-1|$

3. Escreve a expressão analítica da função f sem usar o símbolo de módulo

   a. $f(x) = 3|2+x| - 4$
   b. $f(x) = -5|x-1|$
   c. $f(x) = |x|$
   d. $f(x) = |5x - x^2|$
   e. $f(x) = 2|x^2 - 5x + 4| - 3$

4. Resolve as seguintes equações/inequações

   a. $2|x-1| - 3 = 5$
   b. $-|x+1| + 2 = 0$
   c. $|x-1| + 4 = 0$
   d. $1 - 2|x-1| \leq 11$
   e. $|2-x| < 5$
   f. $|4-x^2| < 1$
   g. $|x^2 - 5| \geq 4$
   h. $|x-1| < 2x - 1$
   i. $|x-1| > x$
   j. $|x+5| + 2 > -4$
   k. $|x^2 - 3x| \leq 4$

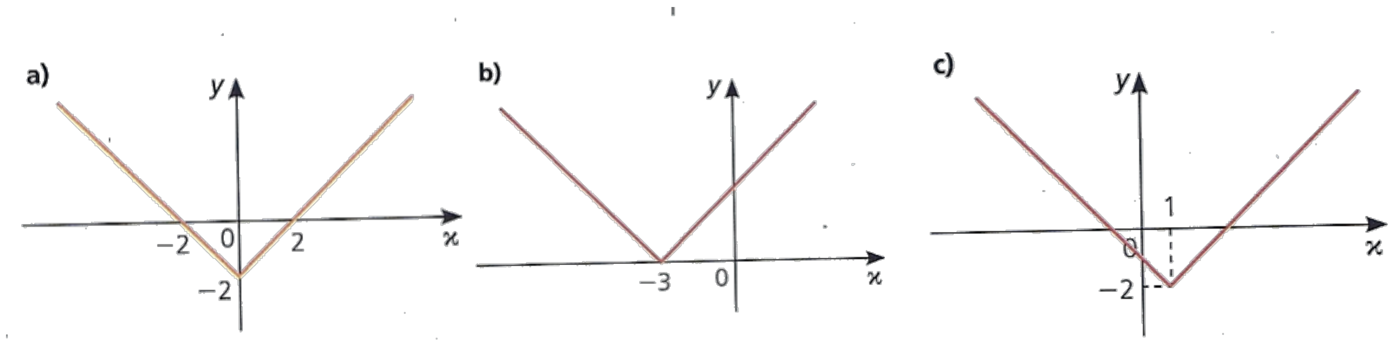
5. Considere a função definida por $f(x) = a|x-b| + c \quad (a, b, c \in \mathbb{R})$.

   Determine a,b,e c de modo que :

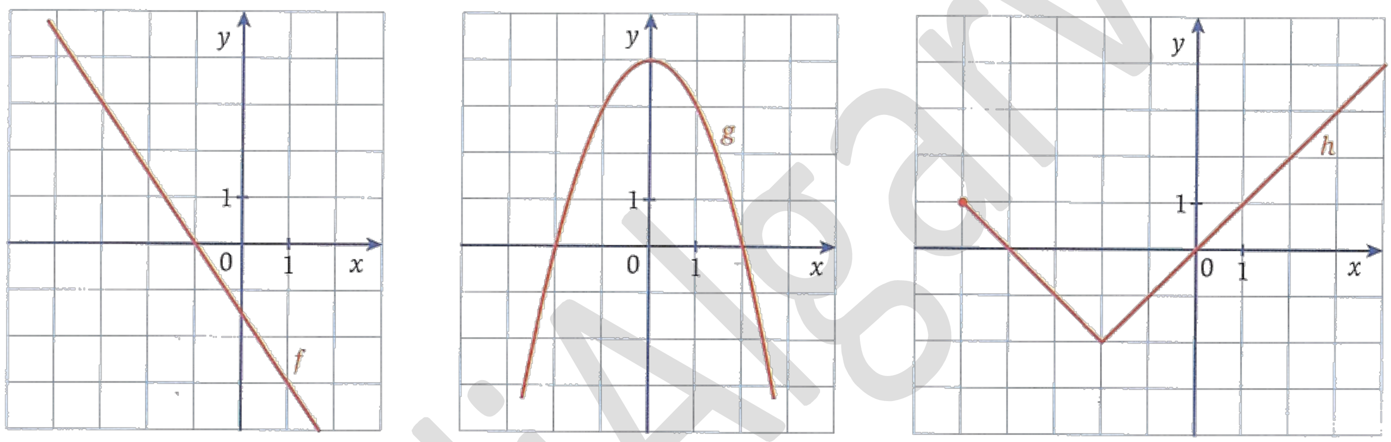
   a. O contradomínio de f seja $[-2, +\infty[$ e 0 e 6 sejam os seus zeros.
   b. O contradomínio de f seja $[-1, +\infty[$ e os seus zeros 1 e 5.

6. As funções representadas graficamente a seguir são do tipo

   $y = |x-a| + b$. Indica, para cada uma, o valor de a e de b.



7. Considere as funções f,g e h representadas graficamente. Represente no próprio gráfico de cada função a função módulo.



8. Indica o domínio, contradomínio e os zeros de |f(x)|, sabendo que

a. $D_f = [-5, 2]$ $D'_f = [-5\,, 3]$ $zero:\ -1$

b. $D_f = [1, 3]$ $D'_f = [-2\,, 3]$ $zero:\ 2$

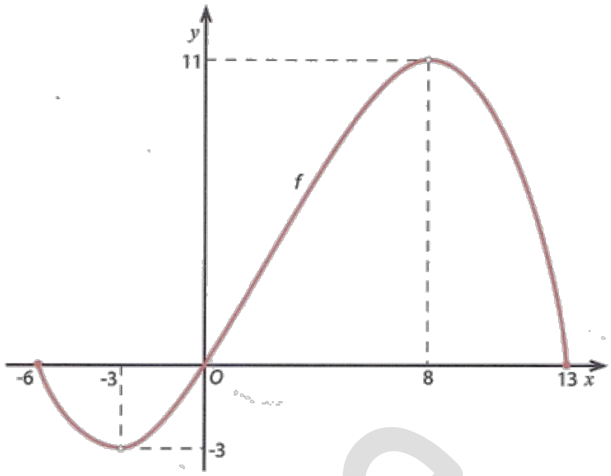
c. $D_f = [-5, 2]$ $D'_f = [2\,, 3]$ $zero:\ --$

d. $D_f = [0, 8]$ $D'_f = [-5\,, -3]$ $zero:\ --$

e. $D_f = \mathbb{R}$ $D'_f = \mathbb{R}$ $zero:\ -1$

f. $D_f = \mathbb{R}$ $D'_f = \mathbb{R}^+$ $zero:\ ----$

9. Na figura está representada uma função f.



Em relação à função |f|, indica:

   a. Os máximos;
   b. Os mínimos;
   c. Os zeros;
   d. Constrói uma tabela de variação para a função |f|

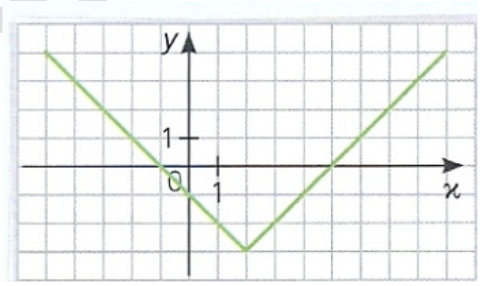
Indica o número de soluções da equação:

   e. |f(x)|=4
   f. $|f(x)| = \sqrt{2}$

10. As seguintes funções são do tipo $y = a|x - b|$ +c. Indica para cada uma delas, o valor a, b e c.

a.

B.



3. Na Figura 2, estão representadas graficamente as funções f e g, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por $f(x)=x^2$ e $g(x)=|x|$

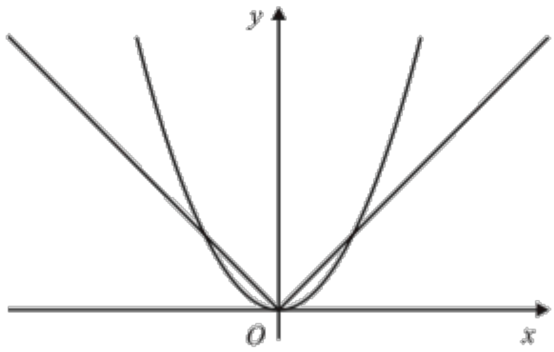


Figura 2

Qual dos conjuntos seguintes é o conjunto solução da inequação $f(x)<g(x)$?

(A) $]-1,0[\cup]0,1[$

(B) $]-1,0[\cup]1,+\infty[$

(C) $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

(D) $]-\infty,-1[\cup]0,1[$

4. Na Figura 3, estão representadas, num referencial o.n. xOy, duas semirretas de origem no ponto de coordenadas $(-1, 0)$, cuja união é o gráfico de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$

Uma das semirretas intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada 1

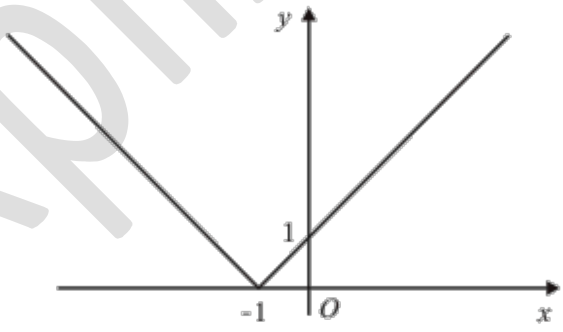


Figura 3

Qual das expressões seguintes pode definir a função h?

(A) $h(x)=\begin{cases}-x-1 & \text{se } x<0\\ x+1 & \text{se } x\geq 0\end{cases}$

(B) $h(x)=\begin{cases}-x+1 & \text{se } x<0\\ x-1 & \text{se } x\geq 0\end{cases}$

(C) $h(x)=\begin{cases}-x+1 & \text{se } x<-1\\ x-1 & \text{se } x\geq -1\end{cases}$

(D) $h(x)=\begin{cases}-x-1 & \text{se } x<-1\\ x+1 & \text{se } x\geq -1\end{cases}$

Teste intermédio 2010

2. Considere a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = |\,x\,| + 3$

Qual das equações seguintes tem duas soluções distintas?

(A) $g(x) = 1$ **(B)** $g(x) = 2$ **(C)** $g(x) = 3$ **(D)** $g(x) = 4$

Teste intermédio 2009

2. Na figura 2 está o gráfico de uma função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = |x - a| + b$, em que a e b designam dois números reais.

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

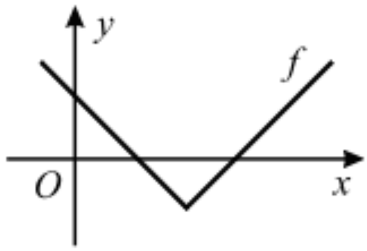


Figura 2

(A) $a > 0 \;\wedge\; b > 0$ **(B)** $a > 0 \;\wedge\; b < 0$

(C) $a < 0 \;\wedge\; b > 0$ **(D)** $a < 0 \;\wedge\; b < 0$