Matemática 12º ano

Cálculo combinatório--------------------------------Prof.Mónica Pinto

1. A Rita começa a escola. De quantas maneiras diferentes se pode vestir sabendo que tem cinco camisas, três saias e quatro pares de ténis?

Sol.60

2. Lança-se uma moeda, um dado e um rapa. Um rapa é um pião, que após ter sido lançado, deixa voltada para cima uma das quatro faces, R (rapa), T (tira) , D (deixa) e P (põe). Quantos resultados diferentes se podem obter?

Sol.48

3. Quantos códigos multibanco existem?
   a. Quantos códigos multibanco existem com o primeiro algarismo ímpar e o último par?
   b. Quantos códigos de multibanco existem com o segundo algarismo igual a 3?

Sol. 10^4 a .2500 b. 1000

4. Quantos números de três algarismos, todos diferentes, existem? (Nota: tem em conta que o algarismo da esquerda não pode ser zero).

Sol. 648

5. Houve um atropelamento e o motorista fugiu. Ouvidas as testemunhas, concluiu-se que a matricula do automóvel em fuga,

   - Tem duas letras no inicio: uma vogal seguida de uma consoante,
   - Tem quatro algarismos diferentes no fim, sendo o terceiro zero, e o quarto um algarismo impar.

   Por exemplo, AB-12-05 é uma matrícula suspeita.
   Quantas são as matrículas suspeitas?
   Nota: considera que as letras que ocorrem na matricula são todas do alfabeto português (23 letras).

Sol. 25200

6. Num certo dia, chegam a um hotel três casais sem filhos e outros dois casais, cada um com um filho. O hotel tem dez quartos duplos e seis quartos triplos disponíveis.
   De quantas maneiras diferentes se podem instalar as cinco famílias?

Sol. 21600

7. *Capícua* é uma sequência de algarismos cuja leitura da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda dá o mesmo número natural.
   Por exemplo: 11 , 202, 3443 , 56765 e 889988 são capicuas.
   Considera todas as capicuas com sete algarismo.
   a. Quantas são?
   b. Quantas têm quatro algarismos diferentes?

Sol. a. 9000 b. 4536

8. Quantos códigos multibanco existem com apenas um algarismo 7?

Sol. 2916

9. De quantas maneiras se podem colocar quatro bolas diferentes em sete caixas diferentes,
   a. Se puder haver mais do que uma bola por caixa?
   b. Se não puder haver mais do que uma bola por caixa?

Sol. A. 2401 b. 840

10. Um exame tem uma parte com sete questões de escolha múltipla, cada uma delas com quatro alternativas de resposta (A;B;C e D). De quantas maneiras diferentes pode um aluno responder a essa parte do exame, supondo que responde a todas as perguntas?

Sol. 16384

11. Um código é composto por cinco carateres sendo duas vogais e três algarismos nem uns nem outros obrigatoriamente distintos. As vogais e os algarismos estão alternados.
    Quantos códigos é possível constituir sabendo que se dispõe das cinco vogais e dos dez dígitos?

Sol. 25000

12. Quantos números naturais, escritos com algarismos todos diferentes, existem entre os números 800 e 1300?

Sol . 256

13. Seja A o conjunto de todos os números naturais de quatro algarismos diferentes e maiores que 2700.
    a. Quantos elementos tem o conjunto A?
    b. Em quantos elementos de A figura o algarismo 0 ou 8?

Sol. a. 3696 b. 2376

14. A Rita vai a uma festa. Pode vestir uma camisa ou uma blusa, e pode escolher entre levar calças ou levar uma saia. Sabendo que ela tem três camisas, quatro blusas, duas calças e cinco saias, de quantas maneiras diferentes se pode vestir?

Sol. 49

15. Seja D o conjunto dos números naturais maiores que 10 e menores que 99. Determina quantos são os elementos de D em que o produto dos dois algarismos é um número natural par.

Sol. 56

16. Numa turma de vinte alunos, um professor pretende escolher um grupo de três alunos para desempenharem três tarefas distintas, uma tarefa por aluno. De quantas maneiras pode fazer a escolha?

Sol. 6840

17. De um grupo com seis raparigas e sete rapazes pretende-se formar uma comissão de três elementos : um presidente, um tesoureiro e um responsável pelas relações públicas.
    Quantas comissões é possível formar:
    a. Sem qualquer restrições?
    b. Em que o presidente é uma rapariga?
    c. Em que o delegado da turma é um dos membros?
    d. Só por raparigas?
    e. Que sejam mistas?

Sol. a. 1716 b. 792 c. 396 d. 120 e. 1386

Permutações

18. A Margarida pretende arrumar dez livros, numa prateleira de uma estante. De quantas maneiras pode fazê-lo?
19. O João pretende arrumar, numa prateleira de uma estante, oito livros, dos quais cinco são de científicos e os restantes três são romances. De quantas maneiras pode fazê-lo, de tal modo que.
    a. O primeiro livro, do lado esquerdo, seja um romance.
    b. Os três primeiros livros, do lado esquerdo, sejam romances.

20. Num encontro científico, três matemáticos, três físicos, três químicos e quatro biólogos sentam-se numa fila de treze lugares, de um anfiteatro, para ouvir uma conferência.De quantas maneiras podem fazê-lo, se todos os membros da mesma disciplina ficarem juntos?

21. Um casal e quatro filhos decidem ir ao teatro. Sabe-se que vão ocupar lugares consecutivos e que o pai e a mãe se sentam ao lado um do outro.
    De quantas maneiras pode esta família ocupar os seus lugares?

22. Seis casais posam em fila para uma fotografia. De quantas maneiras se podem colocar as doze pessoas,
    a. Se não houver qualquer restrição?
    b. Se os dois membros de cada casal ficarem juntos?

23. Cinco rapazes e as respetivas namoradas foram jantar a um restaurante.
    De quantas maneiras diferentes se podem dispor os dez jovens numa mesa retangular, com cinco lugares de cada lado, de tal modo que os dois membros de cada par de namorados fiquem frente a frente?

24. Cinco jovens vão dar um passeio num automóvel com cinco lugares.
    De quantas maneiras diferentes se podem sentar no automóvel, sabendo que só dois deles podem conduzir?

Sol. **18.** 10! **19.** a. $3 \times 7!$ B. $3! \times 5!$ **20.** 124416 **21.**240 **22.** 12! **23**. 3840 **24.** 48

25. Determina, sem recurso ao fatorial da calculadora

a. $\frac{10!}{7!}$ b. $\frac{2017!}{2016!}$ c. $\frac{20!+18!}{17!}$

Sol. a. 720 b. 2017 c. 6858

26. Mostre que $\frac{n!+(n+1)!}{(n^2-n)(n-2)!} = n+2$, sendo $n \in \mathbb{N}$.

27. Resolve as seguintes equações:

a. $\frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 12$

b. $n! = 72(n-2)!$

c. $\frac{(n+3)!}{(n+1)!+n!} = 15$

d. $(n+2)! + 8n! = 7(n+1)!$

Sol. a. 5 b. 9 c. 2 d. $\{\mathbf{1}\ ,\mathbf{3}\}$