

Monotonia da potenciação

Sejam a e b números reais e seja n um número natural

- Se n é ímpar, $a < b \Rightarrow a^n < b^n$
- Se n é par, $0 \leq a < b \Rightarrow 0 \leq a^n < b^n$, $a < b \leq 0 \Rightarrow a^n > b^n \geq 0$

1. Indica o valor lógico de cada uma das seguintes proposições.

- a) $(-10)^8 > (-3)^8$ b) $\left(-\frac{7}{3}\right)^{11} > (-2)^{11}$ c) $8^{11} > (\pi - 1)^{33}$

Sol. a. V b. F c. F

2. Para cada uma das seguintes proposições, indica o valor lógico

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x < 1 \Rightarrow x^3 < 1$
b) $\forall x \in \mathbb{R}, x < -3 \Rightarrow x^2 < 9$

Sol. a. V b. F

Propriedades dos radicais

- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$, $b \neq 0$
- $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \times n]{a}$
- $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n \times m]{a^{p \times m}}$

3. Determina o valor de $(\sqrt[4]{5})^4 - (\sqrt[9]{3})^9$.

Sol. 2

4. Determina o valor de :

- a) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ c) $5\sqrt{2} \times 3\sqrt{32}$ e) $\sqrt{32} : \sqrt{2}$
b) $\sqrt{6} \times \sqrt{24}$ d) $(3\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2})^3$

f) $\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{3}}$

h) $(\sqrt[6]{15} : \sqrt[6]{5})^6$

j) $\sqrt{200} : (\sqrt{2})^3$

g) $(10^3\sqrt[4]{48}) : (5^3\sqrt{3})$

i) $(\sqrt[3]{2})^4 \times \sqrt[3]{4}$

k) $[\sqrt[5]{84} : (\sqrt[5]{2})^2]^5$

Sol. a. 4; b. 12; c. 120; d. 162; e. 4; f. 10; g. $4\sqrt[3]{2}$; h. 3; i. 4; j. 5; k. 21

5. Passa os fatores que estão fora do radical para dentro do radical:

a) $5\sqrt{2}$

b) $2\sqrt[3]{5}$

c) $5^2\sqrt[3]{3}$

Sol. a. $\sqrt{50}$ b. $\sqrt[3]{40}$ c. $\sqrt[3]{46875}$

6. Passa os fatores possíveis para fora do radical:

a) $\sqrt[5]{7^5 \times 3}$

c) $\sqrt{150}$

e) $\sqrt[4]{32x^4}$

b) $\sqrt{12}$

d) $\sqrt[3]{128}$

f) $\sqrt[3]{54a^8b^4}$

Sol. a. $7\sqrt[3]{3}$; b. $2\sqrt{3}$ c. $5\sqrt{6}$ d. $4\sqrt[3]{2}$ e. $2x^4\sqrt{2}$ f. $3a^2b\sqrt[3]{2a^2b}$

7. Simplifica o mais possível as expressões seguintes:

a) $2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$

e) $\sqrt[3]{8\sqrt{5}} + \sqrt[6]{4\sqrt{5}} + \sqrt[12]{\sqrt{5}}$

b) $-5\sqrt[3]{x} + 11\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[3]{x} - 7\sqrt[3]{x}$

f) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{6}} \times \sqrt[6]{\sqrt{2}}$

c) $5\sqrt{2} - \sqrt{8} + 2\sqrt{32} + 3\sqrt{18}$

g) $\sqrt[3]{2\sqrt{5}}$

d) $3a\sqrt[3]{a} + a\sqrt[3]{8a} - 4\sqrt[3]{a^4}$

Sol. a. $5\sqrt{3}$ b. $5\sqrt[3]{x}$ c. $20\sqrt{2}$ d. $a\sqrt[3]{a}$ e. $3^{\frac{24}{12}}\sqrt{5}$ f. $\sqrt[12]{12}$ g. $\sqrt[6]{20}$

8. Escreve como um radical de índice 12 os seguintes radicais:

a) $\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt{2}$

c) $\sqrt[4]{a^2}$

Sol. a. $\sqrt[12]{81}$; b. $\sqrt[12]{64}$; c. $\sqrt[12]{a^6}$

9. Escreve como um radical de índice 3 os radicais seguintes:

a) $\sqrt[6]{3^2}$

b) $\sqrt[6]{25}$

c) $\sqrt[4]{2^3\sqrt{2}}$

d) $\sqrt[15]{a^{10}b^5}$

Sol. a. $\sqrt[3]{3}$; b. $\sqrt[3]{5}$; c. $\sqrt[3]{2}$ d. $\sqrt[3]{a^2b}$

10. Reduz aos mesmo índice os seguintes radicais:

a) $\sqrt[3]{5}$ e $\sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[4]{3}$ e $\sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{4}$ e $\sqrt{3}$

11. Simplifica o mais possível as expressões seguintes:

a) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt{3} : \sqrt[6]{12}$

d) $(5 + 3\sqrt{6})(4 - \sqrt{6})$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{8}} \times \sqrt{\sqrt{8}}$

e) $\sqrt{7 + 3\sqrt{5}} \times \sqrt{7 - 3\sqrt{5}}$

c) $(\sqrt[7]{4})^3 : [\sqrt[14]{4} \times (\sqrt[21]{2})^3]$

f) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

Sol. a. $\sqrt[3]{3}$ b. 2; c. $\sqrt[7]{16}$; d. $2 + 7\sqrt{6}$ e. 2; f. $5 - 2\sqrt{6}$

12. Racionaliza o denominador de cada uma das fracções seguintes e simplifica o mais possível a expressão obtida:

a) $\frac{3}{\sqrt{6}}$

g) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

b) $\frac{7}{2\sqrt{7}}$

h) $\frac{10}{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}}$

i) $\frac{2}{\sqrt[4]{2}-2}$ (sugestão: multiplica e divide pelo conjugado)

d) $\frac{15}{\sqrt[3]{5}}$

j) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}}$ nota: $(a^3 - b^3) = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

e) $\frac{1}{\sqrt{10}+2}$

k) $\frac{5}{1+2\sqrt[3]{3}}$

f) $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$

Sol. a. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ b. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ c. $\frac{\sqrt[6]{108}}{3}$ d. $3\sqrt[3]{25}$ e. $\frac{\sqrt{10}-2}{6}$ f. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ g. $2 + \sqrt{3}$ h. $\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{3}$ i. $-\frac{(\sqrt[4]{8}+4\sqrt[4]{2}+2\sqrt{2}+8)}{7}$

13. Escreve as seguintes expressões como o quadrado de um binómio, isto é, na forma $(a + b)^2$

a) $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$

b) $\sqrt{28 + 6\sqrt{3}}$

c) $\sqrt{37 - 20\sqrt{3}}$

14. Escreve na forma $a + b\sqrt{c}$.

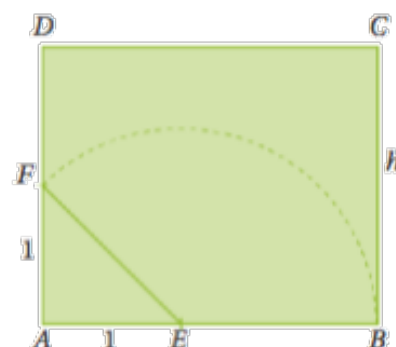
a) $\sqrt{17 + 6\sqrt{8}}$

b) $\sqrt{51 + 14\sqrt{2}}$

15. Observa a figura ao lado.

Sabe-se que :

- $[ABCD]$ é um retângulo de base $[AB]$ e altura h ;
- $\overline{AE} = \overline{AF} = 1 \text{ cm}$
- E e F são pontos de $[AB]$ e $[AD]$ respetivamente;



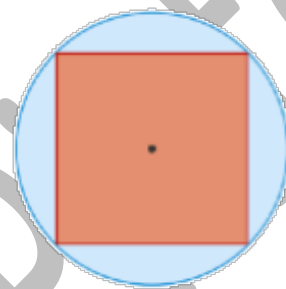
- $\overline{EB} = \overline{EF}$
- a área do retângulo é 4 cm^2 .

Determina o valor de h .

Sol. $4\sqrt{2} - 4 \text{ cm}$

16. Na figura está representado um quadrado inscrito numa circunferência de raio 5.

Determina a medida do lado do quadrado.



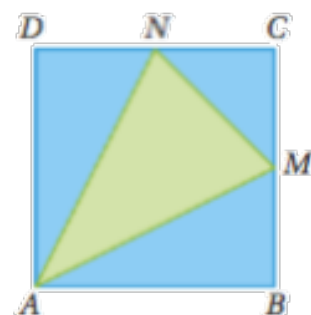
Figura

Sol $5\sqrt{2}$

17. Na figura está representado o quadrado $[ABCD]$ de lado a .

Os pontos M e N são os pontos médios de $[BC]$ e $[CD]$, respetivamente.

Determina uma expressão, em função de a , que represente o perímetro do triângulo $[AMN]$.



Sol. $\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2} \times a$

18. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$.

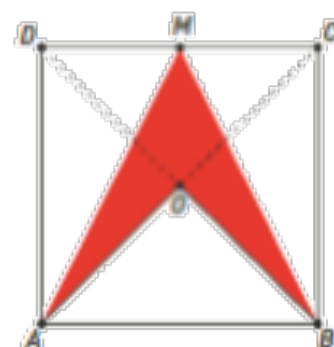
Sabe-se que :

- M é o ponto médio de $[DC]$;
- O é o ponto de interseção das diagonais do quadrado;
- $\overline{AO} = \sqrt[3]{2}$

Mostra que

a) $\overline{AB} = \sqrt[6]{32}$.

b) A área da região colorida é $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$.



Prof. Mónica Pinto