

MATEMÁTICA 8.º ANO

Resumo: Sistemas de equações ----- Prof. Mónica Pinto

Sistemas de duas equações do 1.º grau, lineares com 2 incógnitas

Exemplo de um sistema:
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \quad (1)$$

- **Solução de um sistema:**

Verificar se um par ordenado (a, b) é **solução do sistema** é substituir a incógnita x por a e a incógnita y por b em ambas as equações e obter em ambas igualdades verdadeiras

Exemplo: Verificar se $(x, y) = (1, 2)$ é solução do sistema (1).
Substituir nas equações do sistema x por 1 e o y por 2.

$$\begin{cases} 2 \times 1 + 2 = 4 & \text{Verdadeiro} \\ 3 \times 1 - 2 = 1 & \text{Verdadeiro} \end{cases} \quad \text{logo } (1,2) \text{ é solução do sistema}$$

- **Sistemas equivalentes:** São sistemas que têm o mesmo conjunto solução.
- **Forma canónica:** é apresentar um sistema com parênteses desembaraçados, com as incógnitas no 1.º membro em ordem alfabética e os termos independentes no 2.º membro.

Exemplo:

Escrever o sistema $\begin{cases} 1 + y = 2(x - 2) \\ y = x \end{cases}$ na forma canónica

$$\begin{cases} 1 + y = 2(x - 2) \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + y = 2x - 4 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + y = -5 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

Assim a forma canónica de $\begin{cases} 1 + y = 2(x - 2) \\ y = x \end{cases}$ é $\begin{cases} -2x + y = -5 \\ x - y = 0 \end{cases}$

- **Resolução de um sistema pelo método gráfico:**

Para determinar uma solução de um sistema pelo método gráfico representam-se num referencial cartesiano as retas referentes a cada equação. O ponto de interseção das retas é a solução do sistema.

Exemplo:

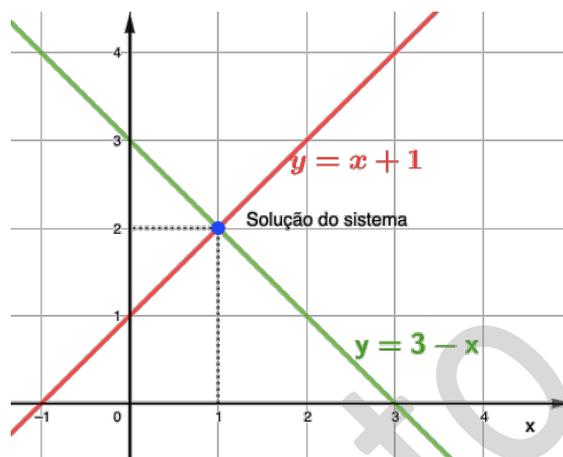
Resolver o sistema. $\begin{cases} -x + y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$

Resolver cada equação em ordem a y : $\begin{cases} -x + y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} y = 1 + x \\ y = 3 - x \end{cases}$$

e representar num referencial o.n. cada reta.

O ponto de interseção das retas $(1; 2)$ é a solução do sistema.



• Classificação de sistemas:

Um sistema pode-se ser classificado quanto ao número de soluções que pode obter:

- **Sistema Possível e Determinado** – o sistema só tem uma solução. (Pelo método gráfico as retas intersectam-se num ponto)

- **Sistema Possível e Indeterminado** – o sistema tem infinitas soluções. (Pelo método gráfico as retas são coincidentes)

- **Sistema Impossível** – o sistema não tem soluções. (Pelo Método gráfico as retas são paralelas.)

• Resolução de sistemas pelo método de substituição

- 1.º Desembaraçar parênteses em ambas as equações.
- 2.º Para cada equação dar o mesmo denominador para poder eliminar denominadores.
- 3.º Resolver uma das equações em ordem a uma das incógnitas.
- 4.º Substituir a expressão dessa incógnita na outra equação, obtendo-se uma equação com uma só incógnita.
- 5.º Resolver a equação que ficou com uma só incógnita.
- 6.º Substituir o valor obtido na outra equação e escrever a solução do sistema.

Por exemplo, para resolver o sistema: $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ 2 - y - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ -2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}; \quad S = \{(0,2)\}$$